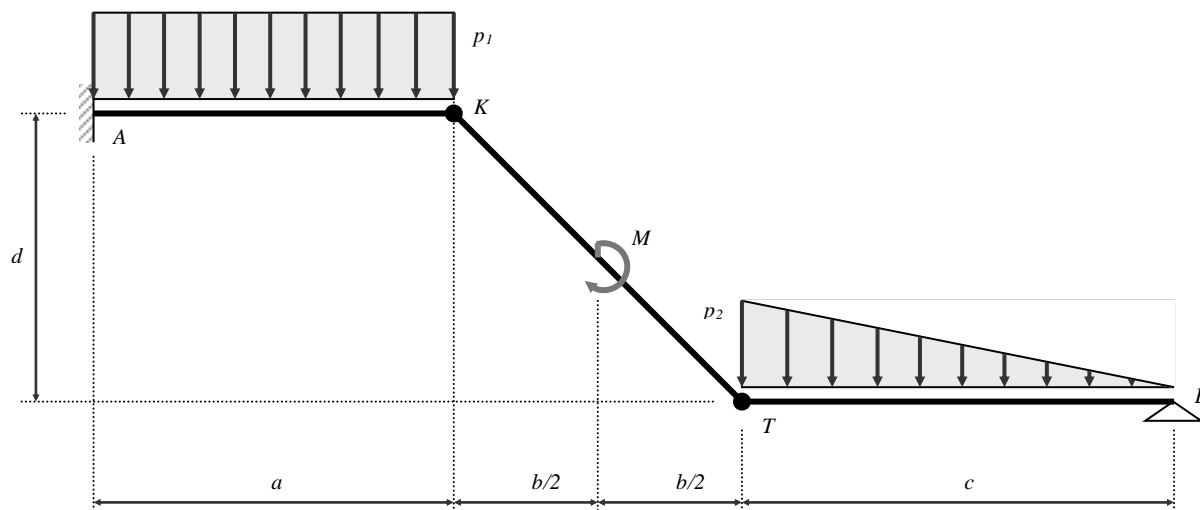


**Ejercicio N° 8 - Enunciado**

Dado el siguiente sistema vinculado,



$a$	$b$	$c$	$d$	$p_1$	$p_2$	$M$
$5 \text{ m}$	$4 \text{ m}$	$6 \text{ m}$	$4 \text{ m}$	$20 \text{ kN/m}$	$20 \text{ kN/m}$	$200 \text{ kN m}$

Se solicita:

- 1.1 Realizar el análisis cinemático
- 1.2 Determinar las componentes de las reacciones de vinculo externo

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 5</i>	<i>8/2</i>
--	-------------	------------

## Ejercicio N° 8 – Resolución

### 1.1 Análisis cinemático

Se trata de una cadena cinemática abierta, formada por tres chapas,  $[S_1]$ ,  $[S_2]$  y  $[S_3]$ . Como cada chapa posee en el plano tres grados de libertad, se tiene que:

$$gl = 3 \cdot 3 = 9$$

Por otra parte,

$$gl^* = n + 2 = 5$$

Dado que las chapas se encuentran unidas de a pares por dos articulaciones relativas en los puntos  $K$  y  $T$ , respectivamente, se tienen cuatro condiciones de vínculo interno:

$$v_i = 4$$

Por otra parte, el sistema posee cinco condiciones de vínculo externas, tres impuestas por el empotramiento en  $A$ , y dos por el apoyo fijo en  $B$ , es decir:

$$v_e = 3 + 2 = 5$$

Luego las condiciones de vínculo son:

$$v = v_i + v_e = 4 + 5 = 9$$

y consecuentemente, el sistema es **isostático**, ya que

$$gl - v = 9 - 9 = 0$$

Además,

$$gl^* = v_e = 5$$

Puede observarse que no hay vinculación aparente porque los puntos  $K$ ,  $T$  y  $B$  no se encuentran alineados.

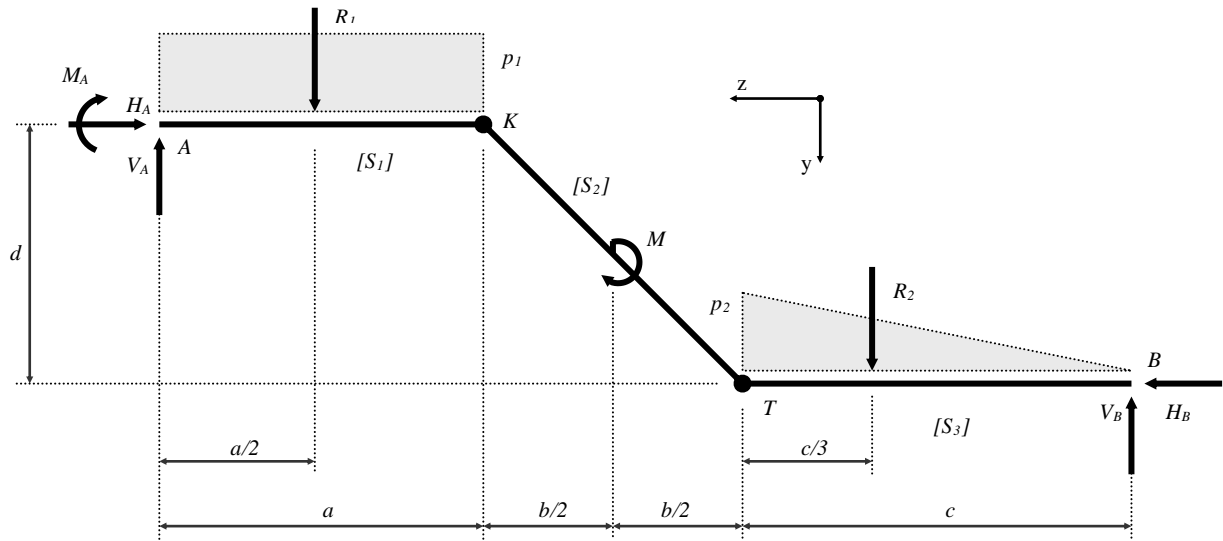
### 1.2 Cálculo de las reacciones de vínculo externo

Debe realizarse el diagrama del cuerpo libre, quitándose los vínculos externos a los efectos de poner en evidencia las respectivas reacciones. Se adopta para dichas incógnitas un cierto sentido arbitrario. Además se elige un determinado sistema de ejes coordenados de referencia, denominado tema global. El indicado diagrama, constituye el esquema teórico de cálculo del problema.

$$R_1 = p_1 \cdot a = 20 \cdot 5 = 100 \cdot kN$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \cdot p_2 \cdot c = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 6 = 60 \cdot kN$$

Teniendo en cuenta que las incógnitas son cinco ( $H_A$ ,  $V_A$ ,  $M_A$ ,  $H_B$  y  $V_B$ ), deben plantearse cinco ecuaciones de equilibrio. Se toman tres ecuaciones generales de equilibrio, a las cuales se les agregan dos “ecuaciones de condición”, que corresponden a la nulidad de momentos de las fuerzas aplicadas, por ejemplo, a la chapa  $[S_1]$  respecto del punto  $K$  y a la chapa  $[S_3]$  respecto del punto  $T$ , respectivamente.



$$\sum_{i=1}^n M_i^T x[S_3] = 0$$

$$R_2 \cdot \frac{c}{3} - V_B \cdot c = 0$$

$$V_B = \frac{R_2 \cdot \frac{c}{3}}{c} = \frac{60 \cdot \frac{6}{3}}{6}$$

$$V_B = 20 \cdot kN$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0$$

$$-V_A - V_B + R_1 + R_2 = 0$$

$$V_A = -V_B + R_1 + R_2 = -20 + 100 + 60$$

$$V_A = 140 \cdot kN$$

$$\sum_{i=1}^n M_i^K x[S_1] = 0$$

$$V_A \cdot a - R_1 \cdot \frac{a}{2} + M_A = 0$$

$$M_A = -V_A \cdot a + R_1 \cdot \frac{a}{2} = -140 \cdot 5 + 100 \cdot \frac{5}{2}$$

$$M_A = -450 \cdot kN \cdot m$$

$$\sum_{i=1}^n M_i^A x = 0$$

$$M_A + R_1 \cdot \frac{a}{2} + M + R_2 \cdot \left(a + b + \frac{c}{3}\right) + H_B \cdot d - V_B \cdot (a + b + c) = 0$$

$$H_B = -\frac{M_A + R_1 \cdot \frac{a}{2} + M + R_2 \cdot \left(a + b + \frac{c}{3}\right) - V_B \cdot (a + b + c)}{d} = -\frac{-450 + 100 \cdot \frac{5}{2} + 200 + 60 \cdot \left(5 + 4 + \frac{6}{3}\right) - 20 \cdot (5 + 4 + 6)}{4}$$

$$H_B = -90 \cdot kN$$

Cátedra: Ing. José Luis Tavorro	TP 5	8/4
---------------------------------	------	-----

$$\sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

$$-H_A + H_B = 0$$

$$H_A = H_B$$

$$H_A = -90 \cdot kN$$

Los signos negativos en los resultados de las incógnitas calculadas significan que los sentidos adoptados arbitrariamente al comienzo son contrarios a los sentidos reales.

#### Verificación:

Tomando los sentidos reales, planearemos la “ecuación de condición”, que corresponde a la nulidad de momentos de las fuerzas que queden a la izquierda de la articulación  $T$ .

$$\sum_{i=1}^n M_{ix[S1+S2]}^T = 0$$

$$M_A - p_1 \cdot a \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) + V_A \cdot (a + b) + H_A \cdot b + M = 0$$

$$(-450) - 20 \cdot 5 \cdot \left( \frac{5}{2} + 4 \right) + 140 \cdot (5 + 4) + (-90) \cdot 4 + 200 = 0$$

$$-450 - 650 + 1260 - 360 + 200 = 0$$

En consecuencia se verifica